COURS DE THÉORIE DES JEUX 1

Luc Collard & Corinne Fantoni
UFR STAPS Paris Descartes

1. La Théorie des jeux pour quoi faire ? Approche intuitive.

La théorie des jeux est l'étude des choix d'individus rationnels en interaction, et les conséquences de leurs choix. Or les sportifs, comme tout individu ne sont pas rationnels… et c'est justement pour cela que la théorie des jeux va être intéressante ; un moyen pour mesurer « objectivement » la subjectivité des acteurs, en quelque sorte.

La théorie des jeux, c'est la théorie de la décision. Créée officiellement par John Von Neumann (1944) pour préparer le débarquement des alliés sur les côtes normandes (ou les plages du nord de la France, c'était le dilemme), elle existe en fait depuis Pascal (1654) qui, dans sa correspondance avec Fermat, cherche à établir la juste répartition d'un prix si les joueurs de « pile ou croix » doivent se séparer avant la fin ; mais aussi chez Bernoulli (1713) qui s'interroge sur le score d'un jeu de paume où l'un des compétiteurs serait deux fois plus fort que son adversaire – compte tenu de la structure du jeu en jeux, sets et match (qui fait que l'on peut l'emporter en marquant moins de points que le vaincu) ; ou encore Émile Borel (1920) qui explique comment tirer son épingle du jeu au poker et au bridge, deux jeux de demi hasard…

Les applications sont légion : militaire, économique, politique, théorie de l'évolution,… et en sport. Pierre Parlebas (1999) a été le premier à montrer que la théorie des jeux pouvait inspirer une « théorie des jeux sportifs » – branche de la Praxéologie motrice, permettant de décrypter « ce qui se joue » dans les jeux (et les sports). Il a abondamment publié sur ce sujet dans les colonnes de la prestigieuse Revue : *Mathématiques & Sciences Humaines* (des années 70 à la fin des années 2000).

Deux objectifs clefs peuvent être retenus :

(i) la théorie des jeux peut inventer des règles destinées à diriger les conduites. Une maman ne sait que faire : ses deux vrais jumeaux se chamaillent sur tout et ils ne consentent jamais à s'accorder. C'est leur anniversaire. La maman a fait un beau gâteau et chacun cherche en avoir la plus grosse part. Que conseille la théorie des jeux pour forcer ces deux garnements à coopérer ? Réponse : la maman donne au premier le couteau : « à toi de le couper en deux comme tu veux » ; et dit au second : « c'est toi qui te sers le premier »… Et le tour est joué : le premier est condamné à couper à parts égales puisque c'est le second qui se servira en premier. Autre exemple, il s'agit de vendre des ondes radios au plus offrant. Une vente aux enchères est organisée. Les organisateurs ont peur que les enchères se fassent bien en dessous des mises possibles (car acheter des ondes, c'est acheter de l'invisible). Al Gore (futur candidat à la présidence américaine contre Georges Bush Jr.) propose le jeu suivant : comme pour des enchères classiques, la propriété des ondes reviendra au plus offrant. Mais ce dernier devra s'acquitter de la plus petite somme misée par ses concurrents durant l'enchère… Ainsi, chacun va miser tout ce qu'il a… dans l'espoir de gagner et de devoir payer moins. Les organisateurs maximisent ainsi les gains possibles. De ces deux anecdotes débouchent plusieurs questions pertinentes en STAPS que la théorie des jeux peut aider à solutionner : - quels jeux sportifs retenir pour forcer les joueurs à coopérer ? Pour favoriser les prises de sécurité ou les prises de risque ? Pour éviter les conduites agressives plutôt que les conduites pacifiques ?

Le second objectif de la théorie des jeux **(ii)** relève d'une sorte de démonstration par l'absurde : savoir ce que les joueurs devraient faire s'ils étaient parfaitement logiques puis comparer à ce qu'ils font vraiment pour mesurer leur niveau d'absurdité (leur logique combinatoire, ou en sport, leur intelligence motrice). Un bel exemple est fourni par le film Las Vegas 21 avec l'acteur Kevin Spacey, tiré d'une histoire vraie : un professeur de mathématique ayant compris que l'on pouvait dévaliser les casinos en équipe au jeu du Black Jack (ce jeu est défaillant car les cartes tirées ne sont pas remises et on peut battre la banque par la mémoire cumulée de plusieurs coéquipiers de haut niveau), sélectionne « les petits génies des maths » en amphi, en les soumettant à une énigme apparemment anodine où seuls les brillants esprits peuvent trouver « La » solution rationnelle. C'est le jeu de l'animateur. Il y a trois portes. Derrière l'une d'entre elles, une magnifique Ferrari, derrière les deux autres : des chèvres. Le professeur animateur demande à Ben de choisir l'une d'entre-elles : « celle de gauche ». Puis, l'animateur – qui sait où se trouve la Ferrari, et c'est là tout le nœud du problème – se dirige vers puis ouvre la porte de droite, dévoilant une pauvre chèvre… Il revient vers Ben et lui demande : « Tu as choisi la porte de gauche ; mais maintenant que j'ai ouvert la porte de droite et qu'il n'y a rien, que fais-tu ? Conserves-tu la porte de gauche ? ». La question paraît dénuée d'ambigüité. Ben avait 1 chance sur 3 d'avoir la belle voiture. Avec cette action de l'animateur, il a désormais 1 chance sur 2, inutile de changer de porte. Un individu au système logique normalement constitué penserait ainsi, et c'est ce qui se produit la plupart du temps lorsque l'on fait un arrêt sur image juste après que l'animateur ait posé sa question et tourné la porte de droite. Ben, lui, décide de changer de porte (il prend la porte centrale) et remercie l'animateur… Très peu de personnes peuvent intégrer sur le plan logique la règle de Bayes. Si l'animateur dévoile la porte de droite, c'est qu'il n'a peut-être pas le choix car la porte centrale cache la Ferrari. Il faut intégrer cette éventualité.

Après l'ouverture de la porte de droite, on sait que la superbe Ferrari est soit derrière la porte de gauche choisie initialement par Ben (cas 1), soit derrière la porte centrale (cas 2). On alloue 0,5 chance (50%) à chaque cas. On sait en plus que : si on est en cas 1, l'animateur avait 1 chance sur 2 – j'écris ici ½ comme cela, ce qui, je le sais bien, est identique à 0,5 mais permettra de voir à la suite d'où sont tirés les demis – donc, je disais une probabilité ½ d'ouvrir la porte de droite ; alors qu'il a 1 chance sur 1 (1/1, probabilité de 1) d'ouvrir devant Ben la porte de droite si le prix est au milieu (cas 2) : il ne va pas dévoiler la Ferrari en plein milieu du jeu !

La probabilité que la Ferrari soit en cas 2 lorsque l'animateur dévoile la porte de droite est $p = (0{,}5*1/1) / [(0{,}5*½) + (0{,}5*1/1)] = 0{,}66$.
Maintenant, la probabilité que la belle voiture soit en cas 1 lorsque l'animateur joue porte de droite est $q = (0{,}5*½) / [(0{,}5*½) + (0{,}5*1/1)] = 0{,}33$.

Il y a donc de plus grandes chances que la Ferrari soit au milieu et Ben a raison de remercier son professeur d'avoir dévoilé la porte droite : il choisit désormais la porte centrale. Il passe de 1 chance sur 3 au départ à 2 chances sur 3 (0,66), ce qui est mieux qu'1 chance sur 2 s'il avait maintenu son premier vœu (porte de gauche). L'intégration de probabilités *a posteriori* (règle de Bayes) n'est pas si évidente, et l'on comprend qu'une majorité de répondants s'accorde à justifier leur mauvais choix…

Les applications en sport de ce point (ii) – consistant à croiser ce qu'il faudrait faire à ce que les joueurs font vraiment – sont possibles. Par exemple, pourquoi sur 50, 100 et 200 mètres Nage libre, alors que l'on nage plus vite sous l'eau qu'en surface (Collard, 2009), les ¾ des nageurs de haut niveau émergent-ils 5 mètres après les virages (sur les 15 mètres réglementaires) ? C'est comme si les nageurs de compétition avaient peur d'être pris en excès de vitesse ! Cette situation ne laisse pas de surprendre et on en vient à se demander si ce ne sont pas les traditions d'entraînement qui castrent les possibilités dynamiques des nageurs. En réalité, la théorie des jeux peut nous montrer que ce qui se passe dans les bassins est tout à fait logique. Pour cela, il nous faut « formaliser » la situation, c'est-à-dire la simplifier suffisamment pour la rendre accessible à la modélisation logique (souvent sous forme de « matrice ») sans pour autant éliminer les éléments pertinents de sa réalité.

Deux tactiques s'opposent ici : a) retrouver la surface au plus vite pour installer la nage officielle de la Fédération internationale (FINA) et assurer les échanges respiratoires ainsi qu'une gestion optimale du potentiel énergétique (codage : *Surface*) ; et b) rester immergé en apnée plus que les autres – voire le plus longtemps possible (15 mètres) – pour passer sous la vague des nageurs de surface et jaillir au dernier moment (codage : *Coulée*). Le règlement concernant les nageurs (joueur Ligne) pour les 4 possibilités du jeu est consigné dans la matrice de « satisfaction » suivante. Selon ce que font les autres nageurs (réduits à un en colonne), le nageur ligne n'aura pas la même satisfaction. Face à un nageur regagnant la surface rapidement, il aura tout intérêt à rester immergé (Bon : case sud ouest). Par contre, Ligne sera grand perdant si tous les nageurs décident de faire comme lui à rester longtemps sous la surface (Très mauvais : case sud est). Il risque alors la disqualification, ne peut passer sous la vague des autres et sort asphyxié… S'il garde la surface comme les joueurs de Colonne, le nageur Ligne obtient une satisfaction moyenne (Moyen : case nord ouest)…

	Surface	*Coulée*
Surface	**Moyen**. Facilité respiratoire mais résistance de vague. *C'est l'intérêt collectif défendu par la FINA*	**Mauvais**. L'autre bénéficie d'une moindre résistance à l'avancement et risque de sortir aux 15m devant moi mais il s'asphyxie
Coulée	**Bon**. Avec ma coulée, je suis en mesure de passer sous la vague de l'autre et de le devancer aux 15m mais je m'asphyxie	**Très mauvais**. Chacun cherchant à prendre l'ascendant dans la coulée (risque d'asphyxie), il n'y a plus de passage sous la vague et un risque de disqualification au-delà des 15m

Posons que le gain de vitesse rapporte +4 points, l'asphyxie consécutive des apnées -3 points (je mets le gain de vitesse en avance d'un point par rapport à ce que coûte le manque d'oxygène, car ce dernier peut être travaillé à l'entraînement et mieux supporté alors que le gain de vitesse est une donnée inéluctable associée à la mécanique des fluides qui veut qu'à 60 centimètres de fond, la résistance de vague disparaît offrant un potentiel de vitesse que tous les mammifères marins utilisent pour chasser ou échapper à leurs prédateurs). Enfin, disons que l'égalité tactique ne rapporte rien (0). Ces gains sont arbitraires, peu importe leur valeur intrinsèque ; ils doivent juste respecter : vitesse accrue > égalité tactique > asphyxie. La matrice des scores du nageur en ligne donne :

	Surface	*Coulée*
Surface	**Moyen**. 0 point	**Mauvais**. -4+3 = -1 point
Coulée	**Bon**. +4-3 = +1 point	**Très mauvais**. 0-3 = -3 points

À ce jeu (dont le modèle sera appelé plus tard « faucon vs colombe » ou « chickie run game ») la solution rationnelle – que nous serons capables de calculer dans les deux prochaines sections – invite à jouer *Coulée* 1 fois sur 4 (et 3*/4 *Surface*) avec une espérance de gain de 0 point (équivalente à « *Surface, Surface* »)… C'est exactement ce qui se joue à haut niveau aujourd'hui où le mieux est l'ennemi du bien. Pour sortir du dilemme, il faudrait réduire par l'entraînement la sensibilité à l'asphyxie (par exemple: si Asphyxie = -1 point, alors 100% joueraient *Coulée*). La théorie des jeux se veut donc prescriptive… Les entraîneurs et professeurs d'Education physique (EPS) peuvent en tirer profit.

C'est souvent la recherche expérimentale (ou quasi expérimentale) qui exploite l'objectif (ii) de la théorie des jeux. On a ainsi pu montrer, à partir de l'observation de plusieurs centaines de buts marqués en football de haut niveau, qu'au tir au penalty, il valait mieux shooter 6 fois sur 10 du côté droit, sans doute du fait de la latéralité des tireurs et des gardiens. À ce stade, on ne peut aller plus avant sans passer un moment sur les outils permettant de « solutionner » logiquement les jeux. La science a l'âge de ses instruments de mesure, disait Bachelard (1934) à juste titre…