COURS DE THÉORIE DES JEUX 4

Luc Collard & Corinne Fantoni
UFR STAPS Paris Descartes

4. LES JEUX PATHOLOGIQUES.
Dilemme en action motrice.

Encore appelés « dilemmes », ces jeux paradoxaux dits « pathologiques » prennent 3 formes caractéristiques.

(i) La première forme est sans nul doute la plus célèbre. Il suffit pour cela de taper « **prisoners' dilemma** » sur un quelconque moteur de recherche internet. Le dilemme du prisonnier incarne l'idée selon laquelle l'agrégation des préférences individuelles ne débouche pas nécessairement sur un optimum collectif. Devenu un des modèles les plus célèbres de la théorie des jeux, c'est à Tucker (1950) – un contemporain de Nash (qui avait trouvé ce dilemme banal !) – que l'on doit son appellation : *dilemme du (ou des) prisonnier(s)*.
Deux accusés complices sont détenus dans des cellules séparées.

- Si l'un des deux avoue et pas l'autre, le premier aura une récompense (gain +1 correspondant par exemple à 10 000 $) alors que le second sera lourdement condamné (gain -2) ;
- Si les deux nient les faits, faute de preuve, ils seront libérés (gain 0) ;
- Si les deux avouent, ils seront tous deux modérément condamnés (gain -1).

	Il NIE le crime	Il AVOUE le crime
Je NIE le crime	Plutôt bon pour nous deux (libération sans condition)	Très mauvais pour moi (2 ans de prison) Très bon pour lui (gain de 10 000 $)
J'AVOUE le crime	Très bon pour moi (gain de 10 000 $) Très mauvais pour lui (2 ans de prison)	Plutôt mauvais pour nous deux (1 an de prison)

Avec une telle mécanique de jeu, l'intérêt collectif (les deux joueurs nient) peut être bafoué par la recherche individuelle de récompense (+1, obtenu en avouant si l'autre nie). Anticipant cette trahison, les prisonniers risquent de se retrouver en : (-1, -1).
La stratégie de l'aveu (-1, -1) est le seul équilibre de Nash ; c'est-à-dire la seule solution telle qu'aucun des joueurs n'ait intérêt à changer de tactique si l'autre maintient la sienne. On voit bien le dilemme : la situation de chacun est meilleure si aucun n'avoue (0, 0), mais aucun des deux ne prendra le risque de nier car, s'il nie, il est de l'intérêt de l'autre de ne pas le faire.
Pourquoi ce modèle a-t-il eu autant de succès ? En grande partie pour la pureté de son dilemme. Les jeux de type prisonners' dilemma possèdent tous un point de convergence entre Maximin, Minimax et équilibre de Nash en stratégie pure.
Le dilemme du prisonnier fait partie de ces jeux non coopératifs à somme non nulle. *Non coopératifs* car leurs intérêts sont parfois divergents. Lorsque l'un nie et l'autre avoue (ou vice-versa) l'inégalité des gains est patente (+1 pour l'un ; -2 pour l'autre). *À somme non nulle* car, pour autant, tout ce que l'un gagne, l'autre ne le perd pas automatiquement (comme cela se passe dans les duels). Lorsqu'ils nient ou avouent de concert, les gains des prisonniers sont similaires (0 ou -1 pour les deux). Il se peut donc que, dans ce jeu non coopératif, il faille coopérer par opportunisme. L'ambivalence des interactions, mélange de compétition et de coopération – sorte de « coopétition » – favorise l'émergence de relations paradoxales et nécessite la prise en compte de croyances.

Les applications de ce dilemme sont légion. Citons la course à l'armement (matrice suivante) qui oppose les grandes puissances mondiales. L'optimum collectif serait de consacrer l'argent militaire à autre chose. Mais le désarmement n'est pas une situation équilibrée ; pour asseoir sa suprématie, chacun ayant intérêt à s'armer si l'autre pays se désarme. Et si chacun surenchérit dans l'armement, le coût financier et le risque de guerre augmentent. Autrement dit, la stratégie équilibrée (surarmement de tous) n'est pas satisfaisante ; mais la stratégie satisfaisante (désarmement de tous) n'est pas équilibrée.

	Il DÉSARME	Il SURARME
Je DÉSARME	Plutôt bon pour nous deux	Très mauvais pour moi Très bon pour lui
Je SURARME	Très bon pour moi Très mauvais pour lui	Plutôt mauvais pour nous deux

On retrouve la même mécanique dans la limitation des quotas de pêche (ci-dessous). Il est sage de limiter la pêche afin d'assurer la reproduction des espèces et la pérennité du métier. Mais si tout le monde s'abstient de pêcher, il est tentant pour quelques-uns de puiser dans la ressource en jachère. Alors, si chacun raisonne ainsi, les tactiques de surpêche vont se coordonner et aboutir à une extinction des réserves de poissons.

	Il LIMITE ses quotas de pêche	Il SURPÊCHE
Je LIMITE mes quotas de pêche	Plutôt bon pour nous deux	Très mauvais pour moi Très bon pour lui
Je SURPÊCHE	Très bon pour moi Très mauvais pour lui	Plutôt mauvais pour nous deux

Rappelons un troisième exemple pour illustrer le conflit existant entre les choix individuels et les intérêts collectifs : le dopage sportif. Nous l'avons développé en section 2.

Telle que nous l'illustrons, la solution du dilemme est toujours de jouer égoïste dans un monde d'égoïstes. Dans cette configuration, c'est effectivement le seul équilibre de Nash en stratégie pure. Toutefois, une propriété fondamentale de cet équilibre est d'être *sous optimale*. Alors, « comment réussir dans ce monde d'égoïstes ? » – pour reprendre le titre de la traduction française du livre d'Axelrod (1997) parue chez Odile Jacob (Paris, 2006). Une option de réchappe – cette fois-ci optimale – est proposée par l'autre Prix Nobel de 1994 : John Harsanyi (1977).
Après Rousseau (1756), Harsanyi introduit une notion capitale : celle de comportement moral. Selon lui, il y a lieu de distinguer deux formes de rationalité. La rationalité *Nashienne*, dite « primaire » ; elle correspond à une logique purement individuelle – conduisant les individus à maximiser leurs gains par méfiance des réactions adverses. La rationalité « secondaire » (que l'on peut nommer *harsanyienne*) est guidée par une conscience sociale – conduisant les individus à maximiser le niveau de satisfaction moyen de *tous* les joueurs. Face à un dilemme des prisonniers, un joueur *harsanyien* choisira rationnellement de coopérer : il niera le crime, sera favorable au désarmement, limitera son quota de pêche et ne se dopera pas. Pourquoi ? Car son jugement est fondé sur une éthique ; le respect d'un *Contrat social* à la Rousseau. Pour Harsanyi, dans le dilemme des prisonniers, l'agrégation de tactiques éthiquement partagées aboutit à un équilibre coopératif. Puisque chacun gagne plus à nier qu'à avouer, il est de l'intérêt de tous de coopérer, de se caler sur ce contrat fondateur – sans avoir besoin de se concerter. En outre, bien que plus solide, l'équilibre de Nash possède un biais énorme : selon lui, les joueurs ont intérêt à avouer le crime… y compris s'ils n'ont commis aucun forfait !

(ii) Le second modèle de jeu pathologique s'appelle : ***Faucon versus Colombe*** (ou Chickie run game, voir section suivante).

« *J'ai l'intuition,* écrit Dawkins dans Le Gène égoïste, *que nous pourrons en venir à considérer l'invention du concept de SES (stratégie évolutionnairement stable) comme l'un des progrès les plus importants en matière de théorie de l'évolution depuis Darwin.* » (1990, p. 122.) On doit ce concept à Maynard Smith (1958). Il est le premier à s'être servi de la théorie des jeux à des fins éthologiques – études scientifiques des mœurs et des comportements en situation. Par la formalisation mathématique, il a pu montrer que les comportements conciliants peuvent survivre dans un monde régi par la sélection des plus aptes. Son hypothèse fut d'abord confirmée par l'observation des animaux sociaux (Hamilton (1964)). Comment, sinon, expliquer le maintien de comportements altruistes chez les fourmis et les abeilles allant jusqu'au sacrifice ? La sélection de la « parentèle » stipule que les individus peuvent transmettre des copies de leurs propres gènes non seulement en se reproduisant, mais aussi en aidant la reproduction d'individus apparentés génétiquement. Les mâles stériles hyménoptères (fourmis, abeilles, guêpes) ne possèdent qu'un seul ensemble de chromosomes, tous en provenance de la reine, qu'ils seront alors capables de défendre au péril de leur vie. Dotées de deux ensembles de chromosomes dont un seul est issu de la reine (l'autre venant du père), les femelles hyménoptères n'ont pas ce comportement protecteur vis-à-vis de leur mère. Plus récemment, l'idée de comportements coopératifs dans un monde d'égoïstes a été transplantée aux hommes en s'affranchissant de l'analyse génétique. D'ailleurs « le jeu de l'évolution » utilisé pour sa démonstration, paru dans *Nature* (Maynard Smith et Price (1973)) sous le nom de : *Faucons vs colombes* (vous devez commencer à deviner pourquoi cette appellation) n'est autre qu'une forme de *Dilemme du prisonnier* avec 3 équilibres de Nash : 2 en stratégies pures et 1 en stratégie mixte.

Une SES est une stratégie – en théorie des jeux : une combinaison de tactiques, de choix – qui, si elle est adoptée par les membres d'une communauté, ne peut être améliorée par aucune autre stratégie. Considérons le cas le plus simple de Maynard Smith. Supposons qu'il y ait deux tactiques possibles : jouer *faucon*, c'est-à-dire agressif (dénoncer son acolyte dans le dilemme de Tucker) ; et jouer *colombe*, c'est-à-dire conciliant (nier le crime et protéger *ipso facto* l'autre prévenu). Ces noms d'oiseaux font référence à l'usage conventionnel humain et n'ont aucun rapport avec les comportements réels des animaux. (Les colombes sont en réalité des espèces particulièrement agressives). Les oiseaux retenus représentent une analogie de comportements types.

Imaginons un cas extrême : celui de la survie. Si les faucons se battent entre eux pour un morceau de gras, ils peuvent sérieusement se blesser. Si un faucon est en compétition avec une colombe, cette dernière fuira et ne demandera pas son reste. Si deux colombes se disputent, en revanche, le dévoilement de la partie sera plus long mais aucune des deux ne sera blessée.
Nous allouons arbitrairement des « points » aux colombes et aux faucons en fonction de la situation. Le vainqueur du combat pour le bout de gras empoche +50. Le vaincu a 0. Probablement mortelle, une blessure grave en plein hiver rapporte −100. Et on donne −10 pour la perte de temps au cours d'un long face-à-face. On peut choisir d'autres scores et obtenir le résultat que nous allons donner. L'essentiel est de conserver la hiérarchie des risques et des occasions.
Si nous sommes d'accord sur le prix – ce que le jeu permet de remporter – et sur l'enjeu – ce qui est misé en début de partie et que l'on tente de ne pas perdre –, nous pouvons tenter de solutionner le jeu. Nous voulons savoir si *Faucon* ou *Colombe* représente une SES. Autrement dit, après plusieurs hivers froids et peu de bouts de gras, quelle proportion de faucons et de colombes restera ? (Répétons que *colombe* et *faucon* sont des tactiques).

Encadrons le jeu par les situations types :

- *colombe/colombe.* Quand « colombe » et « colombe » se rencontrent, le score est de +40 pour le vainqueur et −10 pour le perdant (du fait du temps perdu par chacun pour empêcher l'autre de parvenir à ses fins).
Considérant que chacun a une chance sur deux de gagner, l'espérance de gain est de +15 :
Victoire = +50 - 10 = +40 ; Défaite = 0 - 10 = -10 ; Moyenne = (V + D) / 2 = +15.

– *colombe/faucon.* Quand « colombe » affronte « faucon », elle perd à tous les coups : +50 pour lui et 0 pour colombe dont la technique de basket-ball ne fait pas le poids face au jeu du rugby : $V = +50$ pour faucon ; $D = 0$ pour colombe.

– *faucon/faucon*. Quand deux « faucons » s'élancent, cela ressemble au choc des titans (un duel en 1x1 au rugby), avec +50 pour le vainqueur et −100 pour le vaincu. Considérant que chacun a une chance sur deux de gagner, l'espérance de gain est de −25 : $V = +50$; $D = -100$; $M = (V + D) / 2 = -25$.
La SES invite les joueurs à jouer *colombe* dans 5/12ème des cas et *faucon* dans 7/12ème des cas restants – selon le principe de l'équilibre de Nash en stratégie mixte. Pour obtenir ces probabilités, on rassemble les scores moyens (M) dans la matrice suivante.

>	colombe	faucon
colombe	(+15, +15)	(0, +50)
faucon	(+50, 0)	(-25, -25)

Soit p, la probabilité que le joueur colonne joue *colombe* (et donc $(1 - p)$ la probabilité qu'il joue *faucon*) ; imaginons que je sois le joueur ligne : j'obtiens une espérance de gain de $+15p + 0(1 - p) = +15p$ quand je joue *colombe*, et $+50p - 25*(1 - p) = +75p - 25$ quand je joue *faucon*.

L'équilibre de Nash s'obtient avec $+15p = +75p - 25$; d'où $p = 25/60 = 5/12$ème qui correspond à la probabilité du joueur colonne de jouer *colombe* (il n'y a que deux tactiques, donc il reste une probabilité de 7/12ème de jouer *faucon*) ; comme les scores sont symétriques, il en est de même pour le joueur ligne.

En remplaçant p par 5/12ème, on obtient l'espérance de gain optimale si Nash : Espérance SES $= +15*(5 / 12) = +75/12 = +6{,}25$ points par coup. Avec cette proportion, les joueurs sont immunisés contre la trahison interne. Ce qui est remarquable ici, c'est que les deux populations d'oiseaux tendent à survivre ; y compris la plus faible – au sens de l'évolution. Lorsque l'effectif des faucons excède les 7/12ème de la population totale (formée des deux espèces), ces derniers finissent par s'entretuer, et les colombes reprennent le dessus jusqu'à atteindre et dépasser les 5/12ème de l'effectif total. Alors elles deviennent à leur tour trop nombreuses et ainsi de suite, jusqu'à l'équilibre (SES).

Avec un peu d'imagination, on peut transposer ce jeu en actions sportives. À l'appel de leurs noms, deux joueurs se placent à 20 mètres l'un de l'autre derrière une ligne. Ils choisissent et enfilent un maillot de couleur (maillot rouge : « faucon » ; maillot bleu : « colombe »). Ils sont placés de façon à ne pas voir le maillot de leur adversaire (ils se tournent le dos). Au coup de sifflet, ils entrent sur l'aire de jeu et dévoilent ainsi l'oiseau retenu : ils sont *colombe* ou *faucon*. L'espace de jeu est limité en largeur par les murs du gymnase où se déroule l'expérience (environ 25 mètres de large). À égale distance des deux joueurs se trouve un ballon de basket-ball. Chaque joueur doit tenter de le récupérer le premier et de le ramener dans son camp de départ. Mais ce n'est pas si simple :
– le faucon (rouge) peut pour cela utiliser des techniques du rugby avec ceinturage et plaquage autorisés (et, à la différence du rugby, un joueur plaqué au sol n'est pas tenu de lâcher le ballon) ;
– la colombe (bleue) doit user des techniques règlementaires du basket-ball avec interdiction de contact sur les membres et interdiction de préhension (en cas de faute flagrante, l'arbitre crie : « stop », et le fautif perd la partie). Le but pour chacun est de marquer le plus de points possible sur plusieurs parties (à chaque fois contre un adversaire diffèrent).

Dans cette configuration et en pratique, le *faucons vs colombes* ressemble, sauf pour le score, au *jeu du béret*. Les observateurs (deux suffisent – l'un filme et l'autre arbitre) appellent les joueurs deux par deux et notent la stratégie initiale ainsi que le score de chacun après chaque séquence. Le score est annoncé à haute voix. Puis on appelle deux nouveaux joueurs. Et ainsi de suite…

(iii) Le Troisième modèle de jeu paradoxal s'appelle ***La parabole des chasseurs***.

Un jeune enseignant d'EPS étudie l'impact de ses cours sur la dynamique relationnelle d'une classe en situation de jeu. Pour cela, il choisit de faire jouer cette classe – en début et en fin d'année – à un jeu inspiré de la célèbre *Parabole des chasseurs* de Rousseau (issu du Discours sur l'origine et les fondements de l'inégalité parmi les hommes (1756) – dont la caractéristique est de proposer un équilibre de Nash en stratégie pure particulièrement robuste (et un second sous optimal) qui contredit le choix prudent et paranoïaque du Maximin et du Minimax). Les joueurs sont répartis sur l'aire du gymnase. Ils jouent en 7*7 à un handball un peu particulier. En plus du ballon classique, chaque joueur possède une balle de tennis. Il n'a pas le droit de la passer et peut courir avec sans être sifflé. Par contre le déplacement avec la balle de handball se fait selon les règles du handball (marcher, reprise de dribble, etc.). La zone et les autres règles d'interactions sont respectées. Lorsqu'il marque un but avec cette balle de tennis (TENNIS), le joueur obtient 1 point pour lui seul. Lorsqu'un joueur marque avec la balle de handball classique (HAND), chaque joueur de son équipe obtient 4 points, dont lui-même. Le but du jeu est d'obtenir individuellement le plus de points possibles en 20'. Comme le fait de marquer avec la balle de tennis est plus facile et empêche une construction d'attaque collective avec le ballon de handball, la distribution des gains (pay off) se résume dans la matrice ci-dessous.

		Joueur C	
	↗	*HAND*	*TENNIS*
Joueur L	*HAND*	(+4, +4)	(0, +1)
	TENNIS	(+1, 0)	(+1, +1)

À ce jeu, Maximin et Minimax invitent à jouer TENNIS. Mais cette prudence empêche la mise en place d'un équilibre de Nash robuste, forme de Contrat social où personne n'a intérêt à s'écarter unilatéralement de HAND (jouer TENNIS pour les 2 joueurs correspond à un second équilibre de Nash, sous optimal).

« *S'agissait-il de prendre un cerf* (HAND), *chacun sentait bien qu'il devait pour cela garder fidèlement son poste ; mais si un lièvre* (TENNIS) *venait à passer à la portée de l'un d'eux, il ne faut pas douter qu'il ne le poursuivît sans scrupule, et qu'ayant atteint sa proie il ne se souciât fort peu de faire manquer la leur à ses compagnons*. » (pp. 166-167, Rousseau, Œuvre complète, Encyclopédie de la Pléiade).